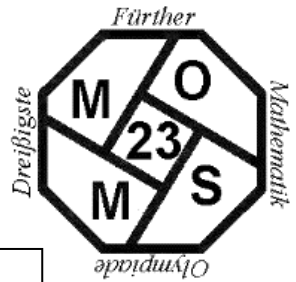


Dreißigste Fürther Mathematik-Olympiade Kreiswettbewerb Main-Spessart

HERMANN
GUTMANN
STIFTUNG



Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken



Klassenstufe 5

Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 Folgsam

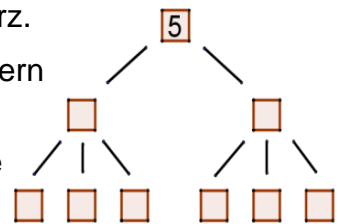
Isabel nennt eine Summe S folgsam, wenn sie mindestens zwei Summanden hat und ihre Summanden aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sind, z.B. $S = 4 + 5 + 6 = 15$ oder $S = 10 + 11 = 21$.

- Isabel findet jeweils zwei weitere folgsame Summen mit den Summenwerten 15 und 21. Welche könnten dies sein?
- Isabel sucht alle folgsamen Summen mit dem Summenwert 105. Kannst du ihr helfen?
- Gibt es eine folgsame Summe mit dem Summenwert 2022?

Aufgabe 2 Arithmetische Mittel

Für den nebenstehenden Rechenbaum gilt folgende Regel: Über den drei bzw. zwei Kästchen steht immer das arithmetische Mittel der drei bzw. zwei Zahlen in den Kästchen.

- Recherchiere, was das arithmetische Mittel ist, und erkläre es kurz.
- Trage im nebenstehenden Raster in die leeren Kästchen alle Ziffern außer 0 und 5 so ein, dass die vorgegebene Regel erfüllt ist.
- Erkläre ausführlich, warum es für alle Ziffern außer 0 und 6 keine Lösung gibt, wenn an der Spitze des Rechenbaums 6 steht.



Aufgabe 3 Teilbarkeitsquadrate

Anja betrachtet 2×2 -Quadrate, deren Felder sie mit vier verschiedenen Ziffern so belegt, dass waagrecht und senkrecht gelesen jeweils zwei zweistellige Zahlen entstehen. Anja nennt ein solches Quadrat *durch n ($n > 1$) teilbar*, wenn diese vier Zahlen durch n teilbar sind. Bsp: Das Quadrat ist durch 4 teilbar, da 4 ein Teiler von 12, 64, 16 und 24 ist.

1	2
6	4

- Wie viele solche Quadrate gibt es, die durch 2 teilbar sind?
- Untersuche, für welche $n > 2$ es Quadrate gibt, die durch n teilbar sind.

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Donnerstag, der 28.4.2022

Für jede Aufgabe mus ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:



Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 30. Fürther Mathematik-Olympiade (2021/22) Kreiswettbewerb Main-Spessart für die 5. Klasse teil:

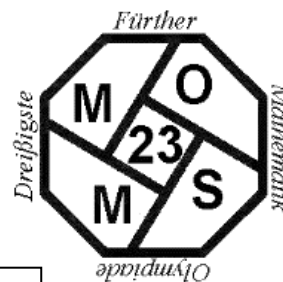
Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Dreißigste Fürther Mathematik-Olympiade Kreiswettbewerb Main-Spessart



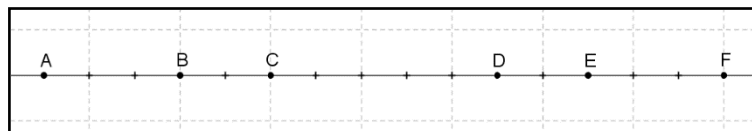
Klassenstufe 6

Die Aufgaben der 2. Runde

Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Aufgabe 1 Durch 15?

Auf einem Zahlenstrahl sind sechs natürliche Zahlen A, B, C, D, E und F eingetragen. Von diesen Zahlen sind mindestens zwei



durch 3 und mindestens zwei durch 5 teilbar. Kannst du mit Hilfe dieser Informationen eindeutig herausfinden, welche der Zahlen durch 15 teilbar sind?

Hinweis: Zwei benachbarte Punkte auf dem Zahlenstrahl haben den Abstand 1.

Aufgabe 2 Computervirus

Ein Computervirus vernichtet Speicherplatz. Am 1. Tag zerstört er die Hälfte des gesamten Speichervolumens. Am 2. Tag vernichtet er ein Drittel des Restspeicherplatzes, am 3. Tag ein Viertel, am 4. Tag ein Fünftel, usw. des jeweils noch vorhandenen Restvolumens.

- Berechne das nach dem 4. Tag übrig gebliebene Speichervolumen.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem 90% des Speicherplatzes vernichtet sind, wenn die Verringerung in obiger Weise weiter abnimmt.
- Kann man den Zeitpunkt festlegen, nach dem aller Speichervorrat vernichtet ist? Begründe!

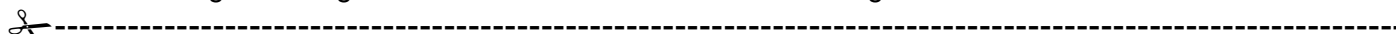
Aufgabe 3 Fuemos

Im FüMO-Land gibt es Geldscheine zu 3 und 5 Fuemo. Welche ganzzahligen Geldbeträge in Fuemo können unter alleiniger Verwendung von Drei- und Fünf-Fuemo-Scheinen zusammengestellt werden, falls genügend dieser Geldscheine vorhanden sind.

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Donnerstag, der 28.4.2022

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:



Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 30. Fürther Mathematik-Olympiade (2021/22) Kreiswettbewerb Main-Spessart für die 6. Klasse teil:

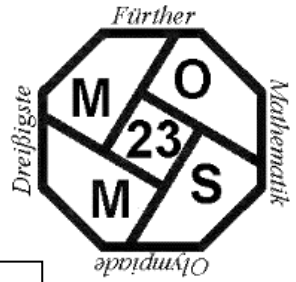
Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Dreißigste Fürther Mathematik-Olympiade Kreiswettbewerb Main-Spessart



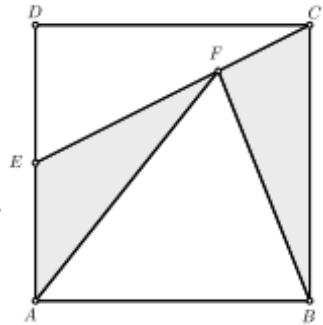
Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Klassenstufe 7

Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 Punkt im Quadrat

Es sei $ABCD$ ein Quadrat der Seitenlänge 6 und E der Mittelpunkt der Seite \overline{AD} . Auf \overline{CE} sei ein Punkt F so gelegen, dass die Flächeninhalte der grauen Dreiecke AFE und BCF gleich groß sind. Welchen Abstand hat der Punkt F zu AB , BC , CD und DA ?



Aufgabe 2 Kurswahl

Alle 30 Schülerinnen und Schüler der Klasse 8a wählen mindestens eines der drei zusätzlichen Angebote „Mehr Mathe“, „Kreatives Schreiben“ oder „Chor“. Die Zahl derer, die nur am Kurs „Mehr Mathe“ teilnehmen ist größer als 2 und genauso groß wie die Zahl derer, die nur die beiden Kurse „Mehr Mathe“ und „Kreatives Schreiben“ wählen. Keiner entscheidet sich nur für die Teilnahme am Kurs „Kreatives Schreiben“ oder „Chor“. Sechs der Schülerinnen und Schüler wählen nur die beiden Angebote „Mehr Mathe“ und „Chor“. Die Zahl derer, die sich nur für die beiden Kurse „Kreatives Schreiben“ und „Chor“ entscheiden, ist viermal so groß wie die Zahl derer, die an allen drei Kursen teilnehmen. In welchem Kurs sind die meisten Teilnehmer?

Aufgabe 3 Der kleinste Nichtteiler

Eine natürliche Zahl mit mindestens drei Stellen heiße *Zebra-Zahl*, wenn in ihrer dezimalen Zifferndarstellung genau zwei verschiedene Ziffern vorkommen und dabei nie gleiche Ziffern nebeneinanderstehen.

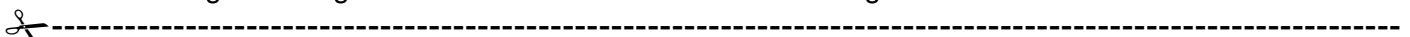
So sind zum Beispiel 373, 6060 und 4747474 Zebra-Zahlen.

Bestimme die kleinste Zahl $n \in \mathbb{N}$ so, dass n kein Teiler einer beliebigen Zebra-Zahl ist.

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Donnerstag, der 28.4.2022

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:



Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 30. Fürther Mathematik-Olympiade (2021/22) Kreiswettbewerb Main-Spessart für die 7. Klasse teil:

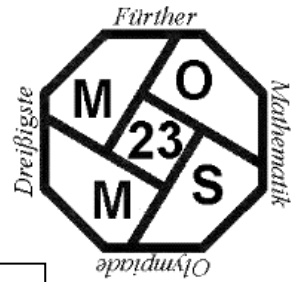
Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Dreißigste Fürther Mathematik-Olympiade Kreiswettbewerb Main-Spessart



Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Klassenstufe 8

Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 Dreimal ACH

Peter hat eine dreistellige Zahl mit sich selbst multipliziert und festgestellt, dass die drei letzten Ziffern des Ergebnisses mit seiner dreistelligen Zahl übereinstimmen. Leider hat er seine Aufzeichnungen verlegt. Finde heraus, welche dreistelligen Zahlen in die nebenstehende Rechnung eingepasst werden können.

$$\begin{array}{r}
 \text{A C H} \cdot \text{A C H} \\
 \hline
 \quad \quad \quad - - - - \\
 \quad \quad - - - - \\
 \quad - - - - \\
 \hline
 \quad \quad \quad \text{A C H}
 \end{array}$$

Aufgabe 2 Suche

Finde alle zweistelligen Zahlen, die mit dem Summenwert aus ihrer vierfachen Zehnerziffer und dem Quadrat ihrer Einerziffer übereinstimmen.

Aufgabe 3 Maximal und $0,5 \cdot f^2$

Zeichne in einen Kreis $k(B,r)$ eine Sehne \overline{FM} mit $|\overline{FM}| = f$, die nicht durch den Mittelpunkt B geht. Durch diese Sehne wird die Kreislinie $k(B, r)$ in zwei Bögen b_1 und b_2 unterteilt. Auf diesen Bögen liegen zwei Punkte \ddot{U} und O mit $\ddot{U} \in b_1$ und $O \in b_2$.

- Für welche Wahl von \ddot{U} und O wird der Flächeninhalt des Vierecks $F\ddot{U}MO$ am größten? Zeige, dass $A = f \cdot r$ gilt.
- Wie muss man \ddot{U} und O wählen, damit der Flächeninhalt $A(F\ddot{U}MO) = 0,5 \cdot f^2$ ist? Konstruiere ein solches Viereck und erkläre deine Konstruktion.

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Donnerstag, der 28.4.2022

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 30. Fürther Mathematik-Olympiade (2021/22) Kreiswettbewerb Main-Spessart für die 8. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____